

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.14 Дифференциальные уравнения

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

01.03.01.31 Математический анализ, алгебра и логика

Форма обучения

очная

Год набора

2021

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Программу составили \_\_\_\_\_

доктор физ.-мат. наук, профессор, Родионов Александр Алексеевич

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательным дисциплинам, входящим в базовую часть профессионального цикла ООП бакалавриата по направлению подготовки Направление 01.03.01 Математика Профиль 01.03.01.31 Математический анализ, алгебра и логика

Основные цели преподавания учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- ознакомить студентов с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений;
- подготовить студентов к самостоятельному изучению дополнительного материала;
- вооружить умением пользоваться теорией при решении практических задач;
- выработать у студентов навыки математического моделирования реальных явлений с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются усвоение и применение на практике следующих разделов и тем:

- достаточные условия существования и единственности решений задачи Коши;
- непрерывная зависимость решений от входных данных;
- свойства непродолжаемых решений;
- уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли, уравнения Лагранжа и Клеро;
- линейные уравнения с постоянными коэффициентами;
- линейная зависимость функций и определитель Вронского; формула Лиувилля – Остроградского; фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения);
- методы исследования устойчивости решений и положений равновесия;
- уравнения с частными производными первого порядка, первые интегралы;
- группы преобразований в ОДУ.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в</b>	

<b>профессиональной деятельности</b>	
ОПК-1.1: Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	<p>знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений</p> <p>уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений</p> <p>владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области</p>
ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	<p>знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений</p> <p>уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений</p> <p>владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области</p>
<b>ОПК-2: Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении</b>	
ОПК-2.1: Выписывает математические постановки классических моделей, применяемых в естествознании, технике, экономике и управлении	<p>знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений</p> <p>уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений</p> <p>владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области</p>
ОПК-2.2: Исследует и анализирует математические модели, применяемые в естествознании, технике, экономике и управлении	<p>знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений</p> <p>уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений</p> <p>владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области</p>

ОПК-2.3: Применяет языки программирования и пакеты	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических
прикладных программ для проведения математического моделирования	объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>3,89 (140)</b>		
занятия лекционного типа	1,94 (70)		
практические занятия	1,94 (70)		
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>4,11 (148)</b>		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
<b>Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>		

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Основные понятия, определения и примеры. Теоремы существования и единственности</b>									
	1. Определения уравнений и систем ДУ. Порядок уравнения, системы уравнений. Определение решения, общего решения. Простейшие ОДУ	2							
	2. Геометрическая интерпретация интегрирования ОДУ. Метод изоклин и метод Эйлера. Примеры	2							
	3. Задача Коши. Контрпримеры несуществования и неединственности решения	2							
	4. Теоремы: Арцеля, Пеано, о непродолжаемости решения, Осгуда	2							
	5. Теорема Пикара	2							
	6. Определения: метрическое пространство, непрерывность, сходим-мость, сжимающее отображение. Примеры	2							
	7. Принцип сжатых отображений	2							

8. Теорема существования и единственности (на основе принципа сжатых отображений)	2							
9. Промежуточный контроль	2							
10. Изоклины. Составление дифференциального уравнения семейства кривых			2					
11. Уравнения с разделяющимися переменными			2					
12. Геометрические и физические задачи, решаемые с помощью ОДУ			2					
13. Однородные уравнения			2					
14. Линейные уравнения первого порядка			4					
15. Теоремы существования и единственности решения			2					
16. Контрольная работа			2					
17. Изучение теоретического материала, решение задач и индивидуальных заданий							36	
<b>2. Уравнения, не разрешенные относительно производных. Зависимость решений от входных данных и параметров. Линейные</b>								
1. Простейшие ОДУ, не разрешенные относительно производных. Примеры. Теорема существования для ОДУ, не разрешенных относительно производной	2							
2. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро. Особое решение, определения. Теорема о дискриминантной кривой. Огибающая. Необходимое условие существования огибающей	2							
3. Зависимость решений от входных данных. Лемма Адамара	2							
4. Зависимость решений от входных параметров	2							
5. Общее решение линейного однородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами (простые корни, кратные корни)	2							



6. Определитель Вронского, формула Лиувилля	2							
7. Выделение вещественных решений	2							
8. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения с правой частью в виде квазимногочлена	2							
9. Метод вариации постоянных для неоднородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами	2							
10. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель			4					
11. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро			4					
12. Особое решение ОДУ			2					
13. Уравнения, допускающие понижение порядка			4					
14. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами			4					
15. Контрольная работа			2					
16. Изучение теоретического материала, решение задач и индивидуальных заданий							36	
17.								
<b>3. Системы ОДУ</b>								
1. Системы ОДУ. Общие понятия. Задача Коши для нормальных систем ОДУ. Метод исключения для нормальных систем ОДУ	2							

2. Теоремы существования и единственности для нормальных систем ОДУ: Лемма (основная, об оценке решения); теорема Пеано; теорема 1(существования решения); теорема 2 (существование решения для норм. линейной системы); лемма Гронуолла-Беллмана; лемма (о сравнении, дифференциальном неравенстве); теорема (о нулевом решении); теорема Тонелли	4							
3. Линейные однородные системы ОДУ первого порядка: фундаментальная система решений, линейная зависимость решений, определитель Вронского; теорема о представлении общего решения; формула Лиувилля	4							
4. Общее решение для неоднородных линейных систем. Метод вариации постоянных	2							
5. Нормальные линейные системы с постоянными коэффициентами: общее решение (в случае различных собственных значений); общее решение (в случае кратных собственных значений)	2							
6. Промежуточный контроль	2							
7. Линейные уравнения с переменными коэффициентами			6					
8. Решение линейных однородных и неоднородных систем ОДУ с постоянными коэффициентами			6					
9. Контрольная работа			2					
10. Изучение теоретического материала, решение задач и индивидуальных заданий							38	
<b>4. Устойчивость. Динамические системы. Уравнения с частными производными первого порядка. Группы преобразований в</b>								
1. Устойчивость нормальных систем ОДУ	6							

2. Динамические системы: свойства; теорема (о трех видах траекторий)	2							
3. Траектории линейной однородной системы ОДУ 2-го порядка: узел; седло; фокус; центр; вырожденные случаи	4							
4. Уравнения с частными производными первого порядка	2							
5. Группы преобразований в ОДУ: определения; примеры; теорема Ли; теорема об инварианте; утверждение (об интегрирующем множителе ОДУ); уравнение Риккати (пример); теорема о группе переносов; неоднородное линейное уравнение (пример)	4							
6. Устойчивость			8					
7. Фазовая плоскость автономных систем. Особые точки			6					
8. Уравнения в частных производных первого порядка			4					
9. Контрольная работа			2					
10. Изучение теоретического материала, решение задач и индивидуальных заданий							38	
11.								
Всего	70		70				148	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Понтрягин Л. С. Дифференциальные уравнения и их приложения: монография(Москва: УРСС(URSS)).
2. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: [учебное пособие для физико-математических факультетов университетов](Москва: Физматлит).
3. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: более 1400 задач с ответами(Москва: URSS).
4. Родионов А. А., Франк А. М. Дифференциальные уравнения: конспект лекций(Красноярск: ИПК СФУ).
5. Вайнштейн И. И., Лазарева Н. Н., Полынцева С. В., Франк А. М., Шанько Ю. В. Дифференциальные уравнения: метод. пособие для самостоят. работы(Красноярск: ИПК СФУ).
6. Полынцева С. В., Родионов А. А., Шанько Ю. В. Дифференциальные уравнения: учеб.-метод. пособие для самостоят. работы [для студентов спец. 010501.65, 010500.62, 010101.65, 010100.62, 010300.62] (Красноярск: СФУ).
7. Полынцева С. В., Родионов А. А., Шанько Ю. В. Дифференциальные уравнения: учеб. - метод. пособие для подготовки к экзамену (Красноярск: СФУ).
8. Матвеев Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учебник для механико-математических факультетов университетов(Москва: Высшая школа).
9. Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк Н. А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи: учебное пособие для вузов(Москва: Высшая школа).
10. Краснов М. Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учеб. пособие(Москва: Высшая школа).
11. Егоров А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями: [учеб. пособие](Москва: ФИЗМАТЛИТ).
12. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник для мат. специальностей ун-тов(М.: Наука).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Не используются.
- 2.

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Web – ресурс: [bik.sfu-kras.ru](http://bik.sfu-kras.ru).

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для проведения занятий используются учебные аудитории. Аудитории должны быть оборудованы досками.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.